2. எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

பயிற்சி 2.1 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள…

தேற்றம் 1: யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்

a மற்றும் b $(a > b)$ என்பன ஏதேனும் இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r, 0 \leq r < b$ என்றவாறு q, r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.

குறிப்பு:

- வகுத்தலில் கிடைக்கும் மீதியானது வகுக்கும் எண்ணை விட எப்பொழுதும் சிறியதாகவே அமையும்.
- $r = 0$ எனில் $a = bq$. எனவே b ஆனது a ஐ வகுக்கும்.
- மறுதலையாக b ஆனது a ஐ வகுக்கும் எனில், $a = bq$

பொதுமைப்படுத்தப்பட்ட யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றம்:

a மற்றும் $b(a < b)$ என்பன ஏதேனும் இரு முழுக்கள் எனில், $a = bq + r,\ 0 \leq r < |b|$ என்றவாறு q, r எனும் முழுக்கள் கிடைக்கும்.

தேற்றம் 2:

a மற்றும் b என்பன $a = bq + r$, என அமையும் மிகை முழுக்கள் எனில், a மற்றும் b ஆகியவற்றின் அனைத்துப் பொது வகுத்திகளும் முறையே b மற்றும் r ஆகியவற்றின் பொது வகுத்திகளுக்குச் சமமாக இருக்கும், மேலும் இதன் மறுதலையும் உண்மை.

யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறை:

a மற்றும் $b, a > b$ என்ற இரு மிகை முழுக்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியைக் காண,

படி 1: யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி $a = bq + r; 0 \leq r < b$ இங்கு q என்பது ஈவு r என்பது மீதி. $r = 0$ எனில் a மற்றும் b யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி b ஆகும்.

படி 2: அவ்வாறில்லையெனில், யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி b -ஐ r-ஆல் வகுக்க நாம் பெறுவது $b = rq_1 + r_1,\ 0 \leq r_1 < r$.

படி 3: $r_1 = 0$ எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி r ஆகும்.

படி 4: அவ்வாறில்லையெனில் மீதி பூச்சியம் வரும் வரை மீண்டும் மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும். பூச்சியம் மீதியாக வரும் நிலையில் அமையும் வகுத்தியானது a மற்றும் b யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியாகும்.

குறிப்பு:

- மேற்கண்ட வழிமுறையில் நிச்சயம் ஏதாவது ஒரு படிநிலையில் மீதி பூச்சியமாகும். ஆகவே இவ்வழிமுறை நிச்சயம் முடிவு பெறும்.
- பூச்சியம் மீதியாக வரும் வரை யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைத் தொடர்ந்து பயன்படுத்த வேண்டும்.

தேற்றம் 3: a மற்றும் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள் மற்றும் $a > b$ எனில்,

(a, b)யின் மீ.பொ.வ $=$ $(a - b, b)$யின் மீ.பொ.வ

மூன்று எண்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி: a, b, c என்பன கொடுக்கப்பட்ட மிகை முழுக்கள் என்க.

(i) a, b யின் மீ.பொ.வ காண்க. அதை d எனக் கொள்க, $d = (a, b)$

(ii) d மற்றும் c யின் மீ.பொ.வ காண்க.

இந்த மீப்பெரு பொது வகுத்தியே கொடுக்கப்பட்ட மூன்று மிகை முழுக்கள் a, b, c யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியாகும்.

குறிப்பு: இரு மிகை முழுக்களின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி 1 எனில், அவ்விரு எண்களும் சார்பகா எண்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன.

பயிற்சி 2.2 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

தேற்றம் 4 (அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்)

1ஐத் தவிர்த்து மற்ற அனைத்து இயல் எண்களையும் பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த முடியும். மேலும் இந்த காரணிப்படுத்துதலானது (பகா எண்களை எழுதும் வரிசையைத் தவிர்த்து) ஒரே முறையில் அமையும்.

குறிப்பு:

- ab ஐ p என்ற பகா எண் வகுக்கும் எனில், p ஆனது a ஐ வகுக்கும் அல்லது p ஆனது b ஐ வகுக்கும். அதாவது p ஆனது a, b ல் ஏதேனும் ஒன்றை வகுக்கும்.
- ab ஐ n என்ற பகு எண் வகுக்கும் எனில், n ஆனது a யையும் வகுக்க வேண்டியதில்லை b - ஐயும் வகுக்க வேண்டியதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக, 6 ஆனது 4×3 ஐ வகுக்கும். ஆனால் 6 ஆனது 4ஐயும் வகுக்காது. 3 ஐயும் வகுக்காது.

பயிற்சி 2.3 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

மட்டு எண்கணிதம்: கணிதத்தில் மட்டு எண்கணிதம் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணைச் சுற்றி மீண்டும் இடம் பெறும் முழுக்களின் அமைப்பு ஆகும்.

மட்டு ஒருங்கிசைவு (Congruence Modulo): a மற்றும் b க்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் nன் மடங்கு எனில் மட்டு n ன் அடிப்படையில் a யும் b யும் ஒருங்கிசைவு உடையதாகும். அதாவது $b - a = kn, k \in Z$ இதை $a \equiv b$ (மட்டு n)எனவும் எழுதலாம். இங்கு n என்பது மட்டு எண் என அழைக்கப்படுகிறது. $a \equiv b$ (மட்டு n) என்பதன் பொருள் $a - b$ ஆனது n ஆல் வகுபடும் எனலாம்.

எடுத்துக்காட்டு: $61 \equiv 5$ (மட்டு 7) ஏனெனில் $61 - 5 = 56$ என்பது 7ஆல் வகுபடும்.

குறிப்பு:

- ஒரு மிகை முழுவை n ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிக்கான சாத்தியக்கூறுகள் $0,1,2,3, \ldots n-1$ஆகும்.
- எனவே மட்டு n ஐ கணக்கிடும்போது, நாம் அனைத்து எண்களையும் n ஆல் வகுத்துக் கிடைக்கும் மீதிகளான $0,1,2,3, \ldots, n-1$ ஆல் பதிலிட வேண்டும்.

யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தை மட்டு எண் கணிதத்துடன் தொடர்புபடுத்துதல்

m மற்றும் n என்பன இரு முழுக்கள் மற்றும் m ஒரு மிகை முழு என்க. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி $n = mq + r$ இங்கு $0 \leq r < m$ மற்றும் q ஒரு முழு

$$n = mq + r$$
$$n - r = mq$$
$$n - r \equiv 0 (\text{மட்டு } \; m)$$
$$n \equiv r \; (\text{மட்டு } \; m)$$

ஆகவே, யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் மூலம் பெறப்பட்ட $n = mq + r$ என்ற சமன்பாட்டை $n \equiv r$ (மட்டு m) என்ற மட்டு ஒருங்கிசைவாக எழுதலாம்.

குறிப்பு:

- a மற்றும் b என்ற இரு முழுக்களும் மட்டு m ஐப் பொறுத்து ஒருங்கிசைவாக அமைய, அதாவது $a \equiv b$ (மட்டு m)என எழுத வேண்டுமானால் அவ்விரு எண்களையும் m ஆல் வகுக்கும் போது ஒரே மீதியைத் தர வேண்டும்.

மட்டு எண்கணிதச் செயல்பாடுகள்:

தேற்றம் 5 : a, b, c மற்றும் d என்பன முழுக்கள் மற்றும் m என்பது ஒரு மிகை முழு.

$a \equiv b$ (மட்டு m) மற்றும் $c \equiv d$ (மட்டு m)எனில்,

(i) $(a + c) \equiv (b + d)$ (மட்டு m)

(ii) $(a - c) \equiv (b - d)$ (மட்டு m)

(iii) $(a \times c) \equiv (b \times d)$ (மட்டு m)

தேற்றம் 6 : $a \equiv b$ (மட்டு m) எனில்

(i) $ac \equiv bc$ (மட்டு m)

(ii) $a \pm c \equiv b \pm c$ (மட்டு m) ஏதேனும் ஒரு மிகை முழு c

குறிப்பு:

இயற்கணிதத்தில் பல்லுறுப்புக் கோவைச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் போது பெரும்பாலும் நமக்கு முடிவுறு எண்ணிக்கையிலான தீர்வுகள் கிடைக்கும். ஆனால், மட்டு ஒருங்கிசைவு சமன்பாடுகளை தீர்க்கும் போது நமக்கு எண்ணற்றத் தீர்வுகள் கிடைக்கும்.

பயிற்சி 2.4 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள…

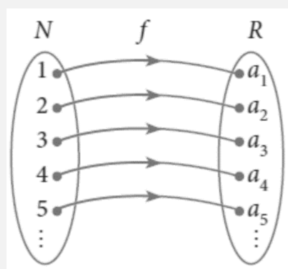
மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசை என்பது இயல் எண்களின் மீது வரையறுக்கப்பட்ட, மெய்யெண் மதிப்புகளைப் பெறும் சார்பாகும்.

உறுப்பு தொடர்வரிசையின் ஒவ்வொரு நிலையில் வரும் எண்ணும், தொடர்வரிசையின் ஓர் உறுப்பு எனப்படும்.

முடிவுறு தொடர்வரிசை : ஒரு தொடர்வரிசை முடிவுறு எண்ணிக்கையில் உறுப்புகளைக் கொண்டிருந்தால் அது முடிவுறு தொடர்வரிசை எனப்படும்.

முடிவுறாத் தொடர்வரிசை :ஒரு தொடர்வரிசையில் முடிவுறா எண்ணிக்கையில் உறுப்புகள் இருப்பின் அது முடிவுறாத் தொடர்வரிசை எனப்படும்.

தொடர்வரிசையை ஒரு சார்பாக அறிதல்: தொடர்வரிசையானது இயல் எண்களின் N மீது வரையறை செய்யப்பட்ட ஒரு சார்பாகும். குறிப்பாகத் தொடர்வரிசை ஆனது $f: N \to R$, இங்கு R என்பது மெய்யெண்களின் கணம் என வரையறை செய்யப்பட்ட சார்பாகும். தொடர்வரிசையானது a_1, a_2, a_3 , …. வடிவில் அமையுமானால், a_1 , a_2, a_3 … என்றத் தொடர் வரிசைக்கு $f(k) = a_k$, $k = 1,2,3, \ldots$என்ற சார்பை தொடர்புபடுத்தலாம்.



குறிப்பு: எல்லாத் தொடர்வரிசைகளும் சார்புகளே ஆனால் எல்லாச் சார்புகளும் தொடர்வரிசை ஆகாது.

பயிற்சி 2.5 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

கூட்டுத்தொடர் வரிசை: a மற்றும் d மெய்யெண்கள் எனில், $a, a+2d, a+3d, a+4d,$ ...என்ற வடிவில் அமையும் எண்கள் ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையை அமைக்கும். கூட்டுத்தொடர்வரிசையை சுருக்கமாக A.P. (Arithmetic progression) என குறிப்பிடுகிறோம். இங்கு a என்ற எண்ணை முதல் உறுப்பு என்றும் d என்ற எண்ணை பொது வித்தியாசம் என்றும் அழைக்கிறோம்.

(i) பொது வடிவம்	$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots \quad a+(n-1)d.$
(ii) n ஆவது உறுப்பு	$t_n = a+(n-1)d$
(iii) பொது வித்தியாசம்	$d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \cdots$ $d = t_n - t_{n-1}$, $n = 2,3,4, \ldots$ பொது வித்தியாசமானது மிகை எண்ணாகவோ, குறை எண்ணாகவோ அல்லது பூச்சியமாகவோ அமையலாம்.
(iv) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

குறிப்பு:

- கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எந்த இரு தொடர்ச்சியான உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் மாறாத எண்ணாக இருக்கும். இந்த மாறாத எண் "**பொது வித்தியாசம்**" என அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் முடிவுறு எண்ணிக்கையில் உறுப்புகள் அமையுமானால் அது **முடிவுறு கூட்டுத் தொடர்வரிசை** எனப்படும்.
- ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் முடிவுறா எண்ணிக்கையில் உறுப்புகள் அமையுமானால் அது **முடிவுறா கூட்டுத்தொடர்வரிசை** எனப்படும்.
- ஒரு முடிவுறு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் முதல் உறுப்பு a , கடைசி உறுப்பு l எனில், அக்கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$ ஏனெனில் $l = a+(n-1)d$
- நடு உறுப்பு $= \frac{n}{2}$ ஆவது உறுப்பு மற்றும் $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ஆவது உறுப்பு
- பொது வித்தியாசம் பூச்சியமாக கிடைக்கும் கூட்டுத் தொடர்வரிசை மாறிலிக் கூட்டுத் தொடர்வரிசை எனப்படும்.

ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில்,

- ஒவ்வொரு உறுப்புடன் ஒரு மாறாத எண்ணைக் கூட்டினாலோ அல்லது கழித்தாலோ கிடைக்கும் புதிய தொடர்வரிசையும் ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையாகும்.
- ஒவ்வொர் உறுப்பையும் ஒரு பூச்சியமற்ற மாறிலியால் பெருக்கினாலோ அல்லது வகுத்தாலோ கிடைக்கும் புதிய தொடர்வரிசையும் ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையாகும்.
- ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் கொடுக்கப்பட்டால் அந்த மூன்று உறுப்புகளை நாம் $a-d, a$ மற்றும் $a+d$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம். இங்கு பொது வித்தியாசம் d ஆகும்.
- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் கொடுக்கப்பட்டால் அந்த நான்கு உறுப்புகளை நாம் $a-3d, a-d, a+d$ மற்றும் $a+3d$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம். இங்கு பொது வித்தியாசம் $2d$ ஆகும்.

மூன்று எண்கள் கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் அமைவதற்கான நிபந்தனை: மூன்று பூச்சியமற்ற எண்கள் a, b, c என்பன கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் இருந்தால் மட்டுமே $2b = a+c$

பயிற்சி 2.6 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

தொடர்	ஒரு தொடர்வரிசையின் உறுப்புகளின் கூடுதல் தொடர் எனப்படும். $a_1, a_2, a_3, \dots a_n \dots$ என்பது ஒரு மெய்யெண் தொடர்வரிசை என்க. இங்கு $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$ என்பது **மெய்யெண் தொடர்** ஆகும்.
முடிவுறு தொடர்	ஒரு தொடரில் முடிவுறு எண்ணிக்கையில் உறுப்புகள் அமையுமானால் அது **முடிவுறு தொடர்** எனப்படும்.
முடிவுறாத் தொடர்	ஒரு தொடரில் முடிவுறா எண்ணிக்கையில் உறுப்புகள் அமையுமானால் அது **முடிவுறாத்தொடர்** எனப்படும்.
கூட்டுத்தொடர்	ஒரு தொடரின் உறுப்புகள் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமையுமானால் அத்தொடர் கூட்டுத்தொடர் எனப்படும்.

கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்

ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆனது S_n என குறிக்கப்படுகிறது.

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \cdots + [a + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

ஒரு கூட்டுத் தொடரின் முதல் உறுப்பு a மற்றும் கடைசி உறுப்பு l கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்,

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

பயிற்சி 2.7 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

பெருக்குத்தொடர் வரிசை

வரையறை	முதல் உறுப்பைத் தவிர்த்து மற்ற உறுப்புகள் அனைத்தும் அதற்கு முந்தைய உறுப்பை ஒரு பூச்சியமற்ற மாறாத எண்ணால் பெருக்கக் கிடைக்கும் தொடர்வரிசையானது பெருக்குத் தொடர்வரிசை எனப்படும். இந்த மாறாத எண் பொது விகிதம் எனப்படும். பொது விகிதம் வழக்கமாக r எனக் குறிக்கப்படும்.
பொது வடிவம்	$a, ar, ar^2, \dots ar^{n-1}$ இங்கு a என்பது முதல் உறுப்பு மற்றும் r என்பது பொது விகிதம்
பொது உறுப்பு	$t_n = a\,r^{n-1}$

☑ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த உறுப்புகளின் விகிதத்தை கருதினால் நாம் பெறுவது

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{ar}{a} = r \ ; \ \frac{t_3}{t_2} = \frac{ar^2}{ar} = r ; \frac{t_4}{t_3} = \frac{ar^3}{ar^2} = r \ ; \frac{t_5}{t_4} = \frac{ar^4}{ar^3} = r$$

ஆகவே, பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த உறுப்புகளின் விகிதம் எப்போதும் ஒரு மாறிலியாகத்தான் இருக்கும். இந்த மாறிலிதான் அந்த தெடர்வரிசையின் பொது விகிதமாகும்.

☑ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டால், அந்த மூன்று உறுப்புகளை நாம் $\frac{a}{r}, a, ar$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

☑ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான நான்கு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டால், அந்த நான்கு உறுப்புகளை நாம் $\frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

☑ ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் ஒவ்வொர் உறுப்பையும் ஒரு பூச்சியமற்ற மாறிலியால் பெருக்கினால் அல்லது வகுத்தால் கிடைக்கும் தொடர்வரிசை ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையாகும்.

மூன்று எண்கள் பெருக்குத்தொடர்வரிசையில் அமைய நிபந்தனை:

a, b, c என்ற எண்கள் பெருக்குத்தொடர்வரிசையில் அமையுமெனில், $b^2 = ac$

கூட்டுவட்டிக் கணக்குகளில் மொத்தத் தொகை காணும் சூத்திரம்

$$A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

இங்கு, A என்பது மொத்த தொகை, P என்பது அசல், r என்பது வட்டி வீதம் மற்றும் n என்பது ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை.

பயற்சி 2.8 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

பெருக்குத்தொடர்: ஒரு தொடரில் உள்ள உறுப்புகள் அனைத்தும் பெருக்குத்தொடர்வரிசையில் அமைந்தால் அந்த தொடர் பெருக்குத்தொடர் எனப்படும்.

பெருக்குத்தொடர் வரிசையின் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல்:

$S_n = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1}$

$r \neq 1, r > 1$	$S_n = a\left(\frac{r^n - 1}{r - 1}\right)$
$r = 1$	$S_n = a + a + a + \cdots + a$ $S_n = na$
$r < 1$	$S_n = a\left(\frac{1 - r^n}{1 - r}\right)$

பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல்

$a + ar + ar^2 + \cdots = \frac{a}{1-r}$, $-1 < r < 1$

பயிற்சி 2.9 க்கான அறிமுகம்

நினைவில் கொள்ள...

சிறப்புத் தொடர்கள்: சில தொடர்களின் கூடுதலை தனித்த சூத்திரங்கள் மூலம் காணலாம். இத்தகைய தொடர்களைச் சிறப்புத் தொடர்கள் என்கிறோம்.

முதல் n இயல் எண்களின் கூடுதல்	$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல்	$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2$
முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல்	$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல்	$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

- 220, 284 ஆகிய எண்களில், ஓர் எண் நீங்கலாக அதன் வகுத்திகளின் கூடுதலானது மற்றோர் எண்ணுக்குச் சமம். இவ்வாறு அமைந்த எண் ஜோடிகளை **இணக்கமான எண்கள்** அல்லது **நட்பு எண்கள்** எனப்படும்.
- முதல் n இயல் எண்களை ஒரு முக்கோண வடிவில் அமைக்க முடியும் என்பதால், அவற்றின் கூடுதல் **முக்கோண எண்** என்று அழைக்கின்றோம்.
- முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களை ஒரு பிரமிடு வடிவில் அமைக்க முடியும் என்பதால் அவற்றின் கூடுதலை **சதுர பிரமிடு** எண் என்கிறோம்.